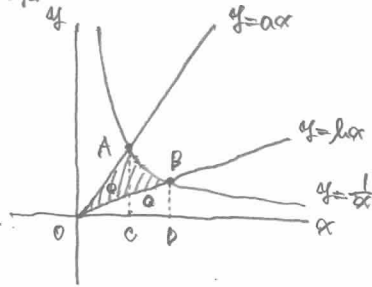


1.

xy 平面上の $y = \frac{1}{x}$, $y = ax$, $y = bx$ のグラフで囲まれた部分の面積を求めよ. ただし, $x > 0$, $a > b > 0$ とする. (信州大)

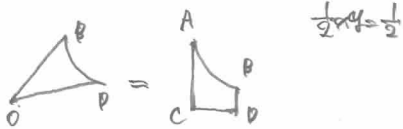
[解]



A, B は $y = \frac{1}{x}$ すなわち $xy = 1$ (一定)

上の点より $\triangle OAC$ の面積と $\triangle OBD$

の面積は等しいから ← 面積はとも: $\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}$



$y = \frac{1}{x}$ と $y = ax$ の交点の x 座標は

$$\frac{1}{x} = ax$$

$$x^2 = \frac{1}{a} \quad \therefore x = \frac{1}{\sqrt{a}} \quad (x > 0)$$

$y = \frac{1}{x}$ と $y = bx$ の交点の x 座標は

$$x^2 = \frac{1}{b}$$

図の斜線部の面積 S は

$$S = \int_{\frac{1}{\sqrt{a}}}^{\frac{1}{\sqrt{b}}} \frac{1}{x} dx$$

$$= [\log x]_{\frac{1}{\sqrt{a}}}^{\frac{1}{\sqrt{b}}}$$

$$= \log \frac{1}{\sqrt{b}} - \log \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$= \frac{1}{2} \log \frac{a}{b} //$$